ZASTOSOWANIE ALGORYTMU GENETYCZNEGO DO WYZNACZANIA OPTYMALNYCH DECYZJI STERUJĄCYCH

KLAUDIUSZ MIGAWA[1]

Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy

Streszczenie

Zagadnienia przedstawione w artykule dotyczą problematyki sterowania procesem eksploatacji realizowanym w złożonych systemach eksploatacji obiektów technicznych. Podejmowanie odpowiednich decyzji sterujących wpływa bezpośrednio na możliwość prawidłowej i efektywnej realizacji zadań przydzielonych systemowi. W pracy przedstawiono metodę wyznaczania optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych na podstawie algorytmu genetycznego. W prezentowanej metodzie wyznaczenie optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych dotyczy wyboru ciągu decyzji sterujących, podejmowanych w poszczególnych stanach modelowanego procesu eksploatacji. Metoda ta polega na wyborze spośród możliwych wariantów decyzyjnych, najlepszej strategii sterowania procesem eksploatacji, dla której funkcja stanowiąca kryterium oceny osiąga wartość ekstremalną. W zależności od potrzeb algorytm genetyczny wraz z opracowanym modelem procesu eksploatacji, może być zastosowany do matematycznego formułowania i rozwiązywania szerokiej gamy problemów związanych ze sterowaniem złożonymi systemami eksploatacji obiektów technicznych. Dotyczy to przede wszystkim analizy ekonomicznej, zarządzania ryzykiem i bezpieczeństwem działania złożonych systemów technicznych, a także sterowania gotowością i niezawodnością eksploatowanych obiektów technicznych. W pracy przedstawiono przykład wyznaczenia optymalnej strategii sterowania (ciągu decyzji), w przypadku, gdy funkcję kryterialną stanowi gotowość środków transportu użytkowanych w wybranym systemie eksploatacji.

Słowa kluczowe: proces eksploatacji, decyzje sterujące, algorytm genetyczny

1. Wprowadzenie

Prawidłowe i efektywne funkcjonowanie złożonych systemów eksploatacji obiektów technicznych, jest możliwe jedynie wówczas, gdy decyzje sterujące podejmowane przez decydentów systemu są racjonalne. W systemach, w których realizowany jest złożony proces eksploatacji obiektów technicznych, wybór racjonalnych decyzji sterujących, spośród możliwych wariantów

[1] Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz, Polska, e-mail: km@karor.com.pl, tel. 52 340 84 24

decyzyjnych, jest zagadnieniem trudnym i skomplikowanym. W rzeczywistych złożonych systemach eksploatacji obiektów technicznych, proces podejmowania decyzji sterujących powinien być realizowany z zastosowaniem odpowiednich metod i narzędzi matematycznych, a nie w sposób „intuicyjny", oparty wyłącznie na wiedzy i doświadczeniu decydentów systemu. Zastosowanie odpowiednich metod matematycznych do sterowania procesem eksploatacji ułatwia wybór racjonalnych decyzji sterujących, w sposób zapewniający prawidłową i efektywną realizację zadań przydzielonych systemowi.

W przypadku złożonych systemów eksploatacji obiektów technicznych, w celu wyznaczenia optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji, konieczne jest zastosowanie odpowiednich i efektywnych metod i narzędzi matematycznych. W pracy jako przykładowe narzędzie wspomagające proces wyznaczania optymalnej strategii sterowania, przedstawiono algorytm genetyczny.

W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele opracowań dotyczących zarówno teoretycznego opisu, jak i przykłady praktycznych zastosowań algorytmu genetycznego do poszukiwania rozwiązania optymalnego, np.: [1, 3, 9, 10, 12, 13, 14]. Algorytm genetyczny należy do grupy metod niedeterministycznych wyznaczania rozwiązania optymalnego, w których kolejne rozwiązania są losowymi modyfikacjami rozwiązań poprzednich i w sposób istotny od nich zależą. Podstawowym założeniem stosowania algorytmu genetycznego do poszukiwania rozwiązania optymalnego jest fakt zaczerpnięty z teorii ewolucji, że największe prawdopodobieństwo modyfikacji dotyczy rozwiązań o najwyższym stopniu przystosowania, określanym wartością funkcji przystosowania (funkcji celu zadania optymalizacyjnego).

Algorytm genetyczny może stanowić dogodne narzędzie, którego zastosowanie ułatwia skomplikowany proces podejmowania racjonalnych decyzji sterujących w złożonych systemach eksploatacji obiektów technicznych.

2. Opis działania algorytmu genetycznego

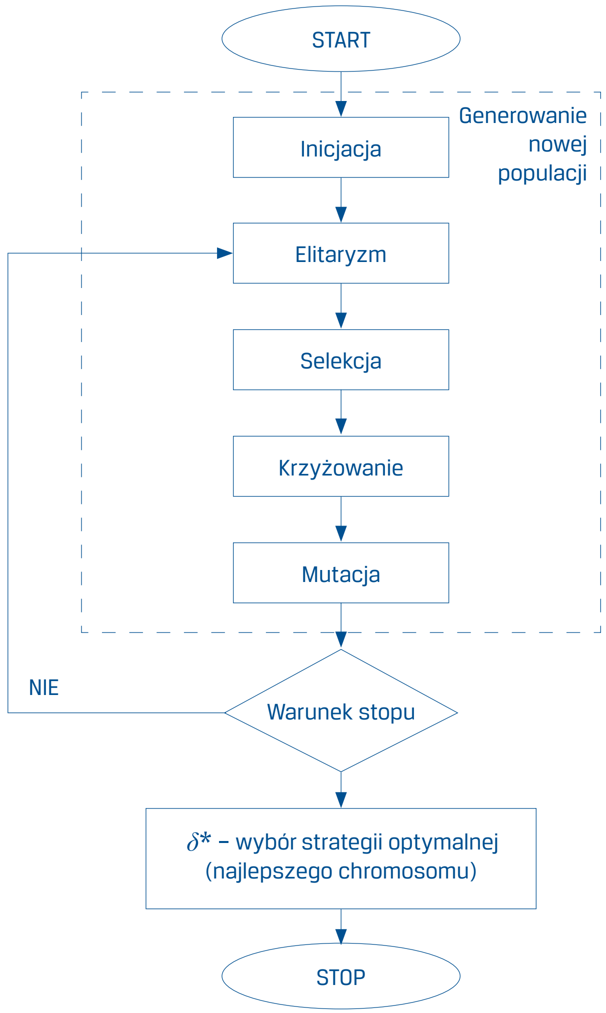
Do opisu działania algorytmu genetycznego przedstawionego w artykule, wykorzystano terminologię ogólnie stosowaną w literaturze przedmiotu z jednoczesnym odniesieniem do nazw i pojęć dotyczących wyznaczania optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych:

- gen (decyzja) – pojedynczy element chromosomu – w przypadku poszukiwania strategii optymalnej określony przez konkretną decyzję podejmowaną w danym stanie decyzyjnym rozpatrywanego procesu eksploatacji;
- chromosom (strategia) – obiekt reprezentujący istotne zmienne w procesie poszukiwania rozwiązania optymalnego (np. strategii optymalnej). Składa się z uporządkowanego ciągu genów (decyzji) o ustalonej długości (liczbie genów) i stanowi zakodowaną postać możliwych rozwiązań (strategii dopuszczalnych);
- populacja – zbiór chromosomów (zbiór strategii). Liczebność populacji jest z góry ustalona i pozostaje stała podczas całej procedury obliczeń. W trakcie działania algorytmu

genetycznego elementy populacji (chromosomy) podlegają modyfikacji zgodnie z przyjętym z góry schematem, w taki sposób, że po modyfikacji zachowują pewne cechy elementów (chromosomów) z wcześniejszej populacji oraz w wyniku działania czynnika losowego nabywają nowych cech;

- funkcja przystosowania – funkcja celu lub funkcja powiązana z funkcją celu w procesie poszukiwania rozwiązania optymalnego (strategii optymalnej). Umożliwia liczbową ocenę przystosowania poszczególnych chromosomów (strategii).

Na rysunku 1 przedstawiono ogólny schemat działania algorytmu genetycznego, w przypadku wyznaczania optymalnej strategii δ^* sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych.



Rys. 1. Schemat działania algorytmu genetycznego – wyznaczania optymalnej strategii δ^*

Poniżej przedstawiono kolejne etapy realizacji algorytmu genetycznego:

Etap I – INICJACJA

Inicjacja jest etapem wstępnym realizacji algorytmu genetycznego. W trakcie realizacji tego etapu dokonywane jest ustalenie podstawowych parametrów algorytmu, zasad kodowania zmiennych optymalizacji, wyznaczenie populacji początkowej, określenie funkcji przystosowania oraz wyznaczenie wartości funkcji przystosowania dla poszczególnych chromosomów (strategii δ) populacji początkowej.

Etap I.a – Ustalenie podstawowych parametrów algorytmu genetycznego

Podstawowymi parametrami algorytmu genetycznego są:

- długość m chromosomu, wyznaczona przez liczbę genów w chromosomie. Liczba genów w chromosomie jest równa liczbie rozpatrywanych, istotnych zmiennych w danym zadaniu optymalizacji;
- liczebność n populacji, czyli liczba chromosomów w populacji. Ze względu na dokładność i wiarygodność wyników, bardzo istotnym problemem jest odpowiedni dobór liczby chromosomów w populacji. Liczba chromosomów w populacji nie powinna być zbyt mała, gdyż ogranicza to możliwość ewolucji populacji, a w wyniku tego zostaje zawężony rozpatrywany (przeszukiwany) podzbiór rozwiązań w kolejnych iteracjach (dla kolejnych populacji). Z drugiej strony bardzo liczna populacja może powodować znaczące wydłużenie czasu obliczeń w kolejnych iteracjach. Liczba chromosomów w populacji zależy zarówno od długości chromosomu oraz od zastosowanej metody kodowania;
- współczynnik η – określający prawdopodobieństwo doboru chromosomów na zasadzie elitaryzmu. Zasada elitaryzmu dotyczy wyboru najlepiej przystosowanych chromosomów należących do populacji poprzedniej i skopiowaniu ich do nowej populacji. W zależności od wielkości tworzonej nowej populacji kopiowany jest jeden lub kilka najlepiej przystosowanych chromosomów z populacji poprzedniej;
- współczynnik κ – określający prawdopodobieństwo zajścia krzyżowania. Krzyżowanie polega na wymianie genów pomiędzy chromosomami pochodzącymi od poszczególnych par rodzicielskich. W efekcie realizacji operacji krzyżowania zostają utworzone chromosomy potomków, będące pewnymi kombinacjami genów odpowiednich par chromosomów rodzicielskich;
- współczynnik μ – określający prawdopodobieństwo zajścia mutacji. Mutacja jest ostatnim etapem generowania chromosomów nowej populacji i dotyczy zmiany poszczególnych genów chromosomu potomka utworzonego na etapie krzyżowania w sposób całkowicie losowy.

Etap I.b – Ustalenie zasad kodowania zmiennych optymalizacji

W przypadku wyboru metody kodowania, należy mieć na uwadze kilka podstawowych zasadach:

- stosując wybraną metodę kodowania, należy uwzględnić fakt, że umożliwia ona jedynie kodowanie skończonej liczby elementów ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych. Oznacza to, że należy tak dobrać metodę kodowania, aby w danym zadaniu optymalizacji, zapewnić możliwość zakodowania rozpatrywanego zbioru rozwiązań dopuszczalnych (chromosomów), określonego przez liczbę możliwych chromosomów oraz ich długość (liczbę genów w chromosomie);
- wybrana metoda musi w sposób jednoznaczny umożliwiać identyfikację poszczególnych elementów zbioru rozwiązań dopuszczalnych (chromosomów);
- wybrana metoda powinna eliminować możliwość utworzenia, w wyniku działania algorytmu genetycznego, chromosomu nie mającego odpowiednika w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych.

W przypadku stosowania algorytmu genetycznego, spośród wielu metod kodowania zmiennych optymalizacji, najczęściej stosowane jest kodowanie binarne. Metoda kodowania binarnego umożliwia zakodowanie poszczególnych elementów zbioru rozwiązań dopuszczalnych (chromosomów), w taki sposób, że liczba genów w chromosomie równa jest liczbie rozpatrywanych, istotnych zmiennych optymalizacji. W przypadku zastosowania metody kodowania binarnego, ustalenie liczby genów m chromosomu, w sposób jednoznaczny określa maksymalną liczbę chromosomów w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych, która wynosi 2^m.

Etap I.c – Wyznaczenie populacji początkowej (startowej)

Po ustaleniu podstawowych parametrów optymalizacji oraz zasad kodowania, za pomocą metody losowej generowana jest populacja początkowa $\Delta^{(0)}$ o liczności n elementów (chromosomów), w postaci następującego ciągu

$$\Delta^{(0)} = \left\{\delta_1^{(0)}, \delta_2^{(0)}, \ldots, \delta_{n-1}^{(0)}, \delta_n^{(0)}\right\}. \tag{1}$$

Kolejność wylosowanych elementów (chromosomów) w populacji jest dowolna oraz istnieje możliwość wielokrotnego pojawienia się w danej populacji tych samych elementów (chromosomów).

Etap I.d – Wyznaczenie wartości funkcji przystosowania dla populacji początkowej

Optymalizacja danego zadania z zastosowaniem algorytmu genetycznego jest możliwa jedynie wówczas, gdy dysponujemy tzw. funkcją przystosowania, dla której możliwe jest znalezienie wartości maksymalnej lub minimalnej (w zależności od rozpatrywanego zadania optymalizacji). Funkcją przystosowania może być zarówno funkcja celu, jak i każda funkcja ściśle powiązana z funkcją celu rozważanego zadania optymalizacji. Wyznaczenie wartości funkcji przystosowania umożliwia liczbową ocenę przystosowania poszczególnych chromosomów w analizowanej populacji.

Jeżeli w danym zadaniu optymalizacji:

- funkcja celu f_C określona jest na zbiorze X, czyli $f_C : X \to R$,
- $\delta(x)$ oznacza chromosom identyfikujący w sposób jednoznaczny element $x \in X$,
- określony jest zbiór rozwiązań dopuszczalnych Y będący podzbiorem zbioru X.

Wówczas funkcja $f_P : \Delta \to R$ jest funkcją przystosowania rozpatrywanego zadania optymalizacji, gdzie Δ oznacza zbiór chromosomów o długości m, złożonych z binarnych genów $d_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,\ldots,m$, określony następująco:

$$\Delta = \{\delta(x) : x \in Y\}, \tag{2}$$

gdzie:

$$\delta(x) = [d_1, d_2, \ldots, d_m] : d_j \in \{0,1\},\ \ j = 1,2,\ldots,m\ . \tag{3}$$

Tak określona funkcja przystosowania $f_P : \Delta \to R$ może być odpowiednikiem funkcji celu $f_C : X \to R$ w następującej formie:

- w przypadku maksymalizacji funkcji celu:

$$f_P(\delta(x)) = f_C(x), \tag{4}$$

- w przypadku minimalizacji funkcji celu:

$$f_P(\delta(x)) = -f_C(x)\ . \tag{5}$$

Wartość funkcji przystosowania $f_P(\delta(x))$ można wyznaczyć wówczas, gdy znana jest relacja pomiędzy zbiorem chromosomów Δ i zbiorem rozwiązań dopuszczalnych Y oraz związek funkcji przystosowania $f_P(\delta(x))$ i funkcji celu $f_C(x)$.

Etap II – GENEROWANIE POPULACJI W KOLEJNYCH ITERACJACH

Podstawowym założeniem w metodzie optymalizacji z zastosowaniem algorytmu genetycznego jest to, aby populacje chromosomów wygenerowane w kolejnych iteracjach, były lepiej przystosowane niż populacje chromosomów wygenerowane w iteracjach poprzednich. Oznacza to, że wyznaczone wartości funkcji przystosowania $f_P(\delta(x))$, dla kolejno wygenerowanych populacji chromosomów, są coraz większe w przypadku poszukiwania maksimum lub coraz mniejsze w przypadku poszukiwania minimum.

Wynikiem realizacji tego etapu jest generowanie elementów (chromosomów) nowych populacji $\Delta^{(I)}$ (powstałych w kolejnych iteracjach I) z elementów (chromosomów) poprzednich populacji $\Delta^{(I-1)}$. Sposób generowania elementów nowej populacji polega na n krotnym wylosowaniu n par chromosomów, tzw. par rodzicielskich, a następnie utworzeniu n potomków nowej populacji, w wyniku n krotnego zastosowania kolejno operacje: selekcji, krzyżowania i mutacji. W wyniku operacji krzyżowania i mutacji, wyselekcjonowane chromosomy poddawane są losowym modyfikacjom, co może powodować ryzyko utracenia najlepiej przystosowanego chromosomu z populacji poprzedniej. Z tego powodu, w praktyce stosowana jest często tzw. zasada elitaryzmu.

Etap II.a – Elitaryzm

Zgodnie z zasadą elitaryzmu przynajmniej jeden spośród najlepiej przystosowanych chromosomów jest kopiowany do nowej populacji. W przypadku stosowania algorytmu genetycznego, dla zapewnienia coraz lepszego przystosowania kolejnych populacji, zakłada się, że największy wpływ na nową populacje powinny mieć elementy (chromosomy) należące do populacji poprzedniej, dla których funkcja przystosowania przyjmowała największe wartości. Zgodnie z tym założeniem chromosomy słabo przystosowane nie powinny trafić do nowo tworzonej populacji.

Zasada elitaryzmu dotyczy wyboru najlepszych (najlepiej przystosowanych) elementów (chromosomów) z spośród elementów (chromosomów) populacji poprzedniej i skopiowaniu ich do nowej populacji. Liczba kopiowanych chromosomów może być różna. Najczęściej przyjmuje się, że kopiowany jest jeden lub kilka najlepiej przystosowanych chromosomów z populacji poprzedniej. Zasada elitaryzmu umożliwia lepsze funkcjonowanie algorytmu genetycznego i polega na tym, że najlepszy wynik (najlepiej przystosowany chromosom) jest pamiętany (kopiowany do kolejnych populacji) tak długo, aż nastąpi znalezienie lepszego rozwiązania – chromosomu, dla którego wartość funkcji przystosowania jest wyższa.

Często do wyboru elementów, które będą kopiowane do nowej populacji stosuje się metody losowe. Wówczas wyznacza się wartość współczynnika η określającego prawdopodobieństwo doboru chromosomów na zasadzie elitaryzmu. Oznacza to, że chromosomy mające trafić do nowej populacji, dobierane są na zasadzie elitaryzmu z prawdopodobieństwem η, a dobierane na zasadzie selekcji, krzyżowania i mutacji z prawdopodobieństwem $1 - \eta$.

Etap II.b – Selekcja

Celem etapu selekcji jest wybór spośród chromosomów populacji poprzedniej, tych chromosomów, które na etapie krzyżowania będą tworzyć tzw. pary chromosomów rodzicielskich. Selekcja chromosomów jest procesem losowym, w którym na wybór do pary rodzicielskiej istotny wpływ powinno mieć posiadanie przez dany chromosom pożądanych cech (wartości funkcji przystosowania). Oznacza to, że jeżeli danemu chromosomowi przypisana jest lepsza (odpowiednio większa lub mniejsza) wartość funkcji przystosowania, tym większe powinno być prawdopodobieństwo wylosowania tego chromosomu do pary rodzicielskiej. Jedną z najprostszych i najczęściej stosowanych na etapie selekcji metod losowania jest tzw. metoda koła ruletki, w której spełniony jest warunek proporcjonalności szansy wylosowania danego chromosomu do wyznaczonej dla niego wartości funkcji przystosowania.

Etap II.c – Krzyżowanie

Celem operacji krzyżowania jest przekazanie cech poszczególnych par chromosomów rodzicielskich (dobranych na etapie selekcji), nowo utworzonym na etapie krzyżowania chromosomom potomstwa. Operacja krzyżowania polega na wymianie, za pomocą określonego operatora krzyżowania, genów pomiędzy chromosomami pochodzącymi od poszczególnych par rodzicielskich. W efekcie realizacji operacji krzyżowania zostają utworzone chromosomy potomków, będące pewnymi kombinacjami genów odpowiednich par chromosomów rodzicielskich.

W celu stwierdzenia czy operacja krzyżowania będzie zastosowana, przyjmuje się wartość współczynnika $\kappa \in \langle 0,1 \rangle$, określającego prawdopodobieństwo zajścia krzyżowania. Następnie dla każdej z par chromosomów rodzicielskich (z populacji wcześniejszej) losuje się liczbę $x \in \langle 0,1 \rangle$. Operacja krzyżowania, dla danej pary chromosomów rodzicielskich, jest realizowana wówczas, gdy wartość wylosowanej liczby $x < \kappa$. Natomiast w przypadku, gdy $x \geq \kappa$ krzyżowanie nie jest realizowane i do populacji następnej kopiowany jest jeden z chromosomów rodzicielskich (wybrany w wyniku losowania). Należy zauważyć, że dla $\kappa = 0$ krzyżowanie nigdy nie jest realizowane, a dla $\kappa = 1$ jest realizowane bardzo często (krzyżowanie zostanie zrealizowane dla większości par chromosomów rodzicielskich).

Właściwy dobór metody krzyżowania wpływa na poprawność działania algorytmu genetycznego. Niestety nie istnieje jeden najlepszy sposób krzyżowania chromosomów, a skuteczność jego doboru zależy od analizowanej funkcji celu danego zadania optymalizacji. Opracowano wiele metod krzyżowania, stosowanych w optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu genetycznego. Wśród wielu dostępnych operatorów krzyżowania, najczęściej stosowanymi w praktyce są:
- operator krzyżowania jednopunktowego,
- operator krzyżowania dwupunktowego,
- operator krzyżowania jednorodnego,
- operator krzyżowania AND,
- operator krzyżowania XOR,

- operator krzyżowania BLX-α,
- operator krzyżowania MIN-MAX,
- operator krzyżowania FCB.

Etap II.d – Mutacja

Mutacja jest ostatnim etapem generowania elementów (chromosomów) nowej populacji i dotyczy zmiany poszczególnych genów chromosomu potomka uprzednio utworzonego na etapie krzyżowania. Zastosowanie mutacji umożliwia zaliczenie do elementów nowej populacji także tych chromosomów, które z założenia są praktycznie niemożliwe do uzyskania w wyniku samego krzyżowania (z elementów populacji poprzedniej).

Na etapie mutacji zmiany poszczególnych genów realizowane są w sposób całkowicie losowy. Wartości prawdopodobieństwa zajścia mutacji dla poszczególnych genów chromosomu, ustalane są na etapie inicjacji algorytmu genetycznego. W celu stwierdzenia czy operacja mutacji będzie zastosowana, przyjmuje się wartość współczynnika $\mu \in \langle 0,1 \rangle$, określającego prawdopodobieństwo zajścia mutacji. Następnie dla każdego genu d_j analizowanego chromosomu (utworzonego na etapie krzyżowania) losuje się liczbę $x_j \in \langle 0,1 \rangle$. Mutacja genu d_j jest realizowana wówczas, gdy wartość wylosowanej liczby $x_j < \mu$. Natomiast w przypadku, gdy $x_j \geq \mu$ mutacja genu d_j nie jest realizowana. Należy zauważyć, że dla $\mu = 0$ krzyżowanie nigdy nie jest realizowane, a dla $\mu = 1$ jest realizowane bardzo często (mutacja zostanie zrealizowana dla większości genów).

Etap III – WARUNEK STOPU

W przypadku wyboru strategii optymalnej (najlepszego chromosomu) na podstawie algorytmu genetycznego, możliwe jest zastosowanie dwóch warunków stopu:
- osiągnięcie założonej liczby iteracji,
- niewielkie zmiany wartości funkcji celu (funkcji przystosowania) wyznaczone dla strategii (chromosomu) najlepiej przystosowanej spośród elementów badanych populacji, podczas kilku kolejnych iteracji.

3. Wybór optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych

Ze względu na losowy charakter czynników wpływających na przebieg procesu eksploatacji obiektów technicznych (np. środków transportu), najczęściej do matematycznego modelowania procesu eksploatacji wykorzystywane są procesy stochastyczne. Spośród procesów losowych szerokie zastosowanie w modelowaniu procesu eksploatacji obiektów technicznych znalazły procesy Markowa i semi-Markowa, natomiast w przypadku zagadnień dotyczących sterowania złożonymi procesami eksploatacji – decyzyjne procesy Markowa oraz semi-Markowa [2, 4, 5, 6, 7, 8, 11].

Zakładając, że analizowany model procesu eksploatacji obiektów technicznych jest procesem stochastycznym $\{X(t)\colon\ t \geq 0\}$ o skończonej liczbie stanów procesu i = 1,2,...,m, wówczas:

$$D_i = \left\{ d_i^{(1)}(t_n), d_i^{(2)}(t_n), \dots, d_i^{(k)}(t_n) \right\}, \tag{6}$$

oznacza zbiór wszystkich możliwych decyzji, które można zastosować w i-tym stanie procesu, w chwili t_n, gdzie $d_i^{(k)}(t_n)$ oznacza k-tą decyzję sterującą podejmowaną w i-tym stanie procesu, w chwili t_n.

W przypadku, gdy zadanie optymalizacyjne polega na wyborze optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych spośród strategii dopuszczalnych, wówczas jako strategię δ rozumie się ciąg, którego wyrazami są wektory, złożone z decyzji $d_i^{(k)}(t_n)$ podejmowanych w kolejnych chwilach t_n zmian stanów modelowanego procesu eksploatacji obiektów technicznych:

$$\delta = \left\{ \left[d_1^{(k)}(t_n), d_2^{(k)}(t_n), \dots, d_m^{(k)}(t_n) \right] \colon\ n = 0,1,2,\dots \right\}. \tag{7}$$

Wybór właściwej strategii sterowania δ nazywanej strategią optymalną δ^*, dotyczy sytuacji, gdy funkcja stanowiąca kryterium wyboru strategii optymalnej przyjmuje wartość ekstremalną (minimalną lub maksymalną).

W celu wyznaczenia optymalnej strategii sterowania (ciągu decyzji) możliwe jest zastosowanie decyzyjnych procesów semi-Markowa. Decyzyjny proces semi-markowski to proces stochastyczny $X(t)\colon\ t \geq 0$, którego realizacja zależy od podejmowanych decyzji w chwili początkowej procesu t_0 oraz w chwilach zmian stanów procesu $t_1,\ t_2,\ \dots,\ tn,\ \dots$. W przypadku stosowania decyzyjnych procesów semi-Markowa, podjęcie w chwili t_n, k-tej decyzji sterującej w i-tym stanie procesu, oznacza wybór i-tego wiersza jądra procesu, ze zbioru:

$$\left\{ Q_{ij}^{(k)}(t) \colon t \geq 0,\quad d_i^{(k)}(t_n) \in D_i,\quad i, j \in S \right\}\ , \tag{8}$$

gdzie:

$$Q_{ij}^{(k)}(t) = p_{ij}^{(k)} \cdot F_{ij}^{(k)}(t). \tag{9}$$

Wybór i-tego wiersza jądra procesu wyznacza probabilistyczny mechanizm ewolucji procesu w przedziale czasu $\langle t_n;\ t_{n+1})$. Oznacza to, że dla procesu semi-markowskiego, w przypadku zmiany stanu procesu z dowolnego na i-ty (wejścia do i-tego stanu procesu) w chwili t_n, podejmowana jest decyzja $d_i^{(k)}(t_n) \in D_i$ oraz zgodnie z rozkładem $\left(p_{ij}^{(k)} : j \in S \right)$ zostaje wygenerowany j-ty stan procesu, do którego następuje przejście w chwili t_{n+1}. Jednocześnie zgodnie z rozkładem określonym przez dystrybuantę $F_{ij}^{(k)}(t)$, zostaje wygenerowana długość przedziału czasu $\langle t_n; t_{n+1})$ pozostawania w i-tym stanie procesu, gdy następnym stanem jest stan j-ty.

W przypadku zastosowania algorytmu genetycznego, do wyznaczania strategii optymalnej δ^* sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych, należy przyjąć następujące założenia:

- badany model procesu eksploatacji obiektów technicznych jest m stanowym procesem stochastycznym,
- w każdym stanie modelu procesu eksploatacji można zastosować jedną z dwóch możliwych decyzji,
- jeśli decyzje zostaną oznaczone jako 0 i 1 (kodowanie binarne), to liczba możliwych do zastosowania strategii sterowania, dla m stanowego modelu procesu eksploatacji obiektów technicznych, wynosi 2^m,
- zbiór strategii sterowania jest zbiorem funkcji:

$$\delta : S \rightarrow D, \tag{10}$$

gdzie:

S - jest zbiorem stanów modelu procesu, $S = \{1, 2, \ldots, m\}$,

D - jest zbiorem decyzji podejmowanych w stanach modelu procesu, $D = \{0,1\}$.

Na podstawie powyższych założeń, każdą możliwą strategię sterowania można przedstawić jako m pozycyjny ciąg złożony z 0 i 1. Jest to więc pozycyjna liczba binarna. Wówczas przykładowa strategia sterowania, dla m = 9 stanowego modelu procesu eksploatacji, jest określona następująco: $\delta = [1,0,1,1,0,1,0,0,1]$.

4. Przykład wyznaczenia optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych

Poniżej przedstawiono przykład wyznaczenia optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji realizowanym w wybranym systemie eksploatacji środków transportu – systemie autobusowego transportu miejskiego. W przedstawionym przykładzie kryterium wyznaczenia strategii optymalnej δ^* stanowi wartość funkcji opisującej gotowość obiektu technicznego (środka transportu) G^{OT}. Wówczas wybór strategii optymalnej δ^* dokonywany jest na podstawie następującego kryterium:

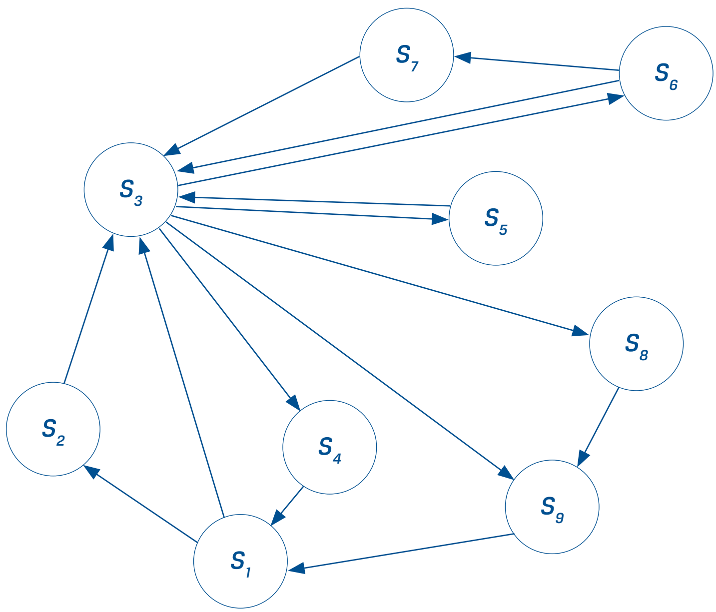
$$G^{OT}\left(\delta^*\right) = \max_{\delta}\left[G^{OT}(\delta)\right] . \tag{11}$$

Ocena poziomu gotowości środków transportu może być dokonana na podstawie matematycznego modelu procesu eksploatacji, realizowanego w badanym systemie eksploatacji środków transportu (autobusów miejskich).

W wyniku identyfikacji badanego procesu eksploatacji środków transportu, wyznaczono istotne stany eksploatacyjne tego procesu oraz możliwe przejścia między wyróżnionymi stanami. Na tej podstawie zbudowano graf zmian stanów procesu eksploatacji, przedstawiony na rysunku 2.

Matematyczny model analizowanego procesu eksploatacji środków transportu został zbudowany na podstawie opracowanego modelu zdarzeniowego tego procesu, przy wykorzystaniu teorii procesów semi-Markowa. Proces semimarkowski $X(t)$ jest procesem, w którym czasy między zmianami kolejnych stanów procesu mają dowolne rozkłady prawdopodobieństwa i przejście do następnego stanu zależy tylko od aktualnego stanu procesu. Stosując do matematycznego modelowania procesu eksploatacji procesy semi-Markowa, przyjęto następujące założenia:

- modelowany proces eksploatacji posiada skończoną liczbę stanów S_i, i = 1,2,...,9,
- jeśli obiekt techniczny w chwili t znajduje się w stanie S_i, to $X(t) = i$, gdzie i = 1,2,...,9,
- proces losowy $X(t)$ będący matematycznym modelem procesu eksploatacji jest procesem jednorodnym,
- w chwili t = 0 proces znajduje się w stanie S_3 (stanem początkowym jest stan S_3), tzn. $P\{X(0) = 3\} = 1$.



Rys. 2. Graf skierowany odwzorowania procesu eksploatacji środków transportu, gdzie:
S_1 – uzupełnianie paliwa, S_2 – postój na placu zajezdni autobusowej, S_3 – realizacja zadania przewozowego, S_4 – oczekiwanie na realizację zadania między szczytami komunikacyjnymi, S_5 – uzdatnianie przez jednostkę pogotowia technicznego bez utraty kursu, S_6 – uzdatnianie przez jednostkę pogotowia technicznego z utratą kursu, S_7 – oczekiwanie na realizację zadania po uzdatnianiu przez pogotowie techniczne, S_8 – uzdatnianie na stanowiskach podsystemu zapewniania zdatności, S_9 – realizacja obsługi w dniu użytkowania

Jednorodny proces semimarkowski jest jednoznacznie określony, gdy dany jest rozkład początkowy procesu oraz jego jądro. Z przyjętych założeń oraz na podstawie grafu skierowanego przedstawionego na rysunku 2, rozkład początkowy $p_i(0)$, i = 1,2,...,9 ma postać:

$$p_i(0) = \begin{cases} 1 & gdy \quad i = 3 \\ 0 & gdy \quad i \neq 3 \end{cases}, \tag{12}$$

gdzie:

$$p_i(0) = P\{X(0) = i\}, \quad i = 1,2,...,9\ ; \tag{13}$$

natomiast jądro procesu $Q(t)$ ma postać:

$$Q(t) = \begin{bmatrix} 0 & Q_{12}(t) & Q_{13}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{23}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{34}(t) & Q_{35}(t) & Q_{36}(t) & 0 & Q_{38}(t) & Q_{39}(t) \\ Q_{41}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{53}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{63}(t) & 0 & 0 & 0 & Q_{67}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{73}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{89}(t) \\ Q_{91}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

gdzie:

$$Q_{ij}(t) = P\{X(\tau_{n+1}) = j, \tau_{n+1} - \tau_n \leq t \mid X(\tau_n) = i\}, \quad i, j = 1,2,...,9\ , \tag{15}$$

$$Q_{ij}(t) = p_{ij} \cdot F_{ij}(t), \tag{16}$$

$$p_{ij}(t) = P\{X(t) = j \mid X(0) = i\} \tag{17}$$

jest prawdopodobieństwem warunkowym przejścia ze stanu S_i do stanu S_j,

$$F_{ij}(t) = P\{\tau_{n+1} - \tau_n \leq t \mid X(\tau_n) = i, X(\tau_{n+1}) = j\}, \quad i, j = 1,2,...,9 \tag{18}$$

jest dystrybuantą zmiennej losowej oznaczającej czas trwania stanu S_i, pod warunkiem, że następnym stanem będzie stan S_j.

W celu wyznaczenia wartości prawdopodobieństw granicznych p_i* przebywania w stanach semimarkowskiego modelu procesu eksploatacji środków transportu zostały zbudowane: macierz P prawdopodobieństw zmian stanów oraz macierz Θ warunkowych czasów trwania stanów procesu $X(t)$:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & p_{12} & p_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{34} & p_{35} & p_{36} & 0 & p_{38} & p_{39} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{63} & 0 & 0 & 0 & p_{67} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{19}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} 0 & \overline{\Theta}_{12} & \overline{\Theta}_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{\Theta}_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{\Theta}_{34} & \overline{\Theta}_{35} & \overline{\Theta}_{36} & 0 & \overline{\Theta}_{38} & \overline{\Theta}_{39} \\ \overline{\Theta}_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{\Theta}_{53} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{\Theta}_{63} & 0 & 0 & 0 & \overline{\Theta}_{67} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{\Theta}_{73} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{\Theta}_{89} \\ \overline{\Theta}_{91} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

Na podstawie macierzy P oraz macierzy Θ, wyznaczono bezwarunkowe czasy trwania poszczególnych stanów procesu, według zależności:

$$\overline{\Theta}_i = \sum_{i=1}^{9} p_{ij} \cdot \overline{\Theta}_{ij}, \quad i, j = 1,2,...,9 . \tag{21}$$

Następnie, na podstawie twierdzenia granicznego dla procesów semimarkowskich [2], zostały wyznaczone prawdopodobieństwa graniczne p_i* przebywania w stanach procesu:

$$p_i^* = \lim_{t\to\infty} p_i(t) = \frac{\pi_i \cdot E(\Theta_i)}{\sum_{i\in S} \pi_i \cdot E(\Theta_i)}, \tag{22}$$

gdzie prawdopodobieństwa $\pi_i,\ i \in S$ stanowią rozkład stacjonarny włożonego w proces łańcucha Markowa, który spełnia układ równań liniowych:

$$\sum_{i\in S}\pi_i\cdot p_{ij}=\pi_j,\quad j\in S,\quad \sum_{i\in S}\pi_i=1. \tag{23}$$

Gotowość pojedynczego obiektu technicznego określona na podstawie semi-markowskiego modelu procesu eksploatacji, wyznaczana jest jako suma prawdopodobieństw granicznych p_i* przebywania w stanach należących do zbioru stanów gotowości:

$$G^{OT}=\sum_i p_i^*,\quad dla\quad S_i\in S_G\ . \tag{24}$$

W celu wyznaczenia gotowości obiektów technicznych (środków transportu) na podstawie semi-markowskiego modelu procesu eksploatacji, stany analizowanego procesu należy podzielić na stany gotowości S_G i niegotowości S_{NG} do realizacji przydzielonego zadania przewozowego. W prezentowanym modelu wyróżniono następujące stany gotowości:
stan S_2 – postój na placu zajezdni autobusowej,
stan S_3 – realizacja zadania przewozowego,
stan S_4 – oczekiwanie na realizację zadania między szczytami komunikacyjnymi,
stan S_7 – oczekiwanie na realizację zadania po uzdatnianiu przez pogotowie techniczne.

Następnie przy użyciu programu MATHEMATICA, zostały wyznaczone wzory opisujące prawdopodobieństwa graniczne p_i* przebywania w stanach procesu semi-Markowa oraz gotowość obiektów technicznych:

$$G^{OT}=\frac{p_{12}\cdot(p_{34}+p_{38}+p_{39})\cdot\overline{\Theta_2}+\overline{\Theta_3}+p_{34}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{35}\cdot\overline{\Theta_5}+p_{36}\cdot p_{67}\cdot\overline{\Theta_7}}{\left[(p_{34}+p_{38}+p_{39})\cdot\left(\overline{\Theta_1}+p_{12}\cdot\overline{\Theta_2}\right)\right]+\overline{\Theta_3}+p_{34}\cdot\overline{\Theta_4}+p_{35}\cdot\overline{\Theta_5}+\left[p_{36}\cdot\left(\overline{\Theta_6}+p_{67}\cdot\overline{\Theta_7}\right)\right]+p_{38}\cdot\overline{\Theta_8}+(p_{38}+p_{39})\cdot\overline{\Theta_9}}. \tag{25}$$

Dla rozpatrywanego modelu procesu eksploatacji środków transportu, określono wartości parametrów wejściowych algorytmu genetycznego, możliwe decyzje podejmowane w decyzyjnych stanach procesu (Tabela 1) oraz na podstawie danych eksploatacyjnych wyznaczono wartości bezwarunkowych czasów trwania stanów procesu (Tabela 2).

Wartości parametrów wejściowych algorytmu genetycznego:
a) długość chromosomu m = 9
b) liczebność populacji n = 100
c) liczba iteracji I = 100
d) prawdopodobieństwo doboru chromosomów na zasadzie elitaryzmu η = 0,2
e) prawdopodobieństwo zajścia krzyżowania κ = 1
f) prawdopodobieństwo zajścia mutacji μ = 0,05

Tabela 1. Decyzje w stanach analizowanego procesu

Stan procesu	Decyzja „0" – $d_i^{(0)}$	Decyzja „1" – $d_i^{(1)}$
S_3	Trasa oznaczona kodem L („lekkie" warunki realizacji zadania przewozowego)	Trasa oznaczona kodem T („trudne" warunki realizacji zadania przewozowego)
S_5	Uzdatnianie przez PT typu P (zakres podstawowy)	Uzdatnianie przez PT typu R (zakres rozszerzony)

Tabela 1. Decyzje w stanach analizowanego procesu (cd)

S_6	Uzdatnianie przez PT typu P (zakres podstawowy)	Uzdatnianie przez PT typu R (zakres rozszerzony)
S_8	Uzdatnianie na stanowiskach PZZ typu N (normalne)	Uzdatnianie na stanowiskach PZZ typu I (intensywne)
S_9	Obsługiwanie na stanowisku OC typu N (normalne)	Obsługiwanie na stanowisku OC typu I (intensywne)

Tabela 2. Oznaczenia kodowe decyzji oraz bezwarunkowe czasy trwania stanów procesu

Stan procesu	$d_i^{(0)}$	$d_i^{(1)}$	$\Theta_i^{(0)]}$ [h]	$\Theta_i^{(0)]}$ [h]
S_1	0	1	0,096	0,096
S_2	0	1	5,659	5,659
S_3	0	1	8,852	7,967
S_4	0	1	3,450	3,450
S_5	0	1	0,070	0,063
S_6	0	1	0,545	0,436
S_7	0	1	0,442	0,442
S_8	0	1	3,744	2,995
S_9	0	1	0,122	0,092

Następnie wykonano obliczenia za pomocą opracowanego programu komputerowego z zastosowaniem algorytmu genetycznego, napisanego w: *R Development Core Team (2011). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0.* W wyniku wykonanych obliczeń, dla przyjętego kryterium (11), wyznaczono optymalną strategię sterowania procesem eksploatacji realizowanym w badanym systemie eksploatacji środków transportu – systemie eksploatacji autobusów miejskich. Wynik obliczeń przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Optymalna strategia sterowania procesem eksploatacji środków transportu oraz wartość funkcji kryterialnej, wyznaczone na podstawie algorytmu genetycznego (dla przykładowych danych eksploatacyjnych)

Strategia optymalna $\delta*$	$G^{OT}(\delta*)$
[1,1,1,0,0,1,0,0,1]	0,8426

5. Podsumowanie

W przedstawionej metodzie wyznaczenie optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych, polega na wyznaczeniu ciągu decyzji sterujących podejmowanych w poszczególnych stanach rozpatrywanego procesu eksploatacji, dla którego funkcja stanowiąca kryterium oceny osiąga wartość ekstremalną. Do wyznaczenia optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych zaproponowano zastosowanie algorytmu genetycznego. Ze względu na ogólny charakter, zaprezentowana metoda może zostać zastosowana do rozwiązywania szerokiej gamy zagadnień optymalizacyjnych dotyczących systemów eksploatacji obiektów technicznych, takich jak np.: analiza kosztów lub zysków, sterowanie gotowością i niezawodnością, analiza ryzyka i bezpieczeństwa działania itd. W każdym przypadku istnieje konieczność odpowiedniego zdefiniowania funkcji kryterialnej oraz określenia możliwych decyzji sterujących podejmowanych w stanach badanego procesu eksploatacji obiektów technicznych.

Przedstawiony w artykule sposób wyznaczania optymalnej strategii sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych z wykorzystaniem algorytmu genetycznego, stanowi jeden z etapów prac, których celem jest opracowanie kompleksowej metody sterowania procesem eksploatacji obiektów technicznych z zastosowaniem modeli decyzyjnych. Kompleksowa metoda sterowania procesem eksploatacji środków transportu ma umożliwić sterowanie zarówno procesami realizowanymi w podsystemie wykonawczym (ocena realizacji zadań przewozowych) oraz w podsystemie zapewniania zdatności (ocena realizacji zadań obsługowo-naprawczych), z uwzględnieniem zarówno kryteriów technicznych i ekonomicznych funkcjonowania tego typu systemów eksploatacji.

Literatura

[1] DAVIS, L.D.: *Handbook of genetic algorithms.* Van Nostrand Reinhold 1991.

[2] GRABSKI, F., JAŹWIŃSKI, J.: *Funkcje o losowych argumentach w zagadnieniach niezawodności, bezpieczeństwa i logistyki.* WKiŁ. Warszawa 2009.

[3] GOLDBERG, D. E.: *Algorytmy genetyczne i ich zastosowanie.* WNT. Warszawa 2003.

[4] JAŹWIŃSKI, J., GRABSKI, F.: *Niektóre problemy modelowania systemów transportowych.* Instytut Technologii Eksploatacji. Warszawa-Radom 2003.

[5] KOROLUK, V. S.: *Modele stochastyczne systemów.* Naukova Dumka. Kiev 1989.

[6] KOROLUK, V. S., TURBIN, A. F.: *Semi-Markov processes and their application.* Naukova Dumka. Kiev 1976.

[7] KOWALENKO, I. N., KUZNIECOW, N. J., SZURIENKOW, W. M.: *Procesy stochastyczne. Poradnik.* PWN. Warszawa 1989.

[8] KULKARNI, V. G.: *Modeling and analysis of stochastic systems.* Chapman & Hall. New York 1995.

[9] KUSIAK, J., DANIELEWSKA-TUŁECKA, A., OPROCHA, P.: *Optymalizacja. Wybrane metody z przykładami zastosowań.* PWN. Warszawa 2009.

[10] MICHAELEWICZ, Z.: *Genetic algorithms + data structure = evolution programs.* Springer Verlag. Berlin 1996.

[11] MIGAWA, K.: *Semi-Markov model of the availability of the means of municipal transport system.* Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, 3(159), vol. 44, Radom 2009.

[12] MIGAWA, K.: *Method for control of technical objects operation process with the use of semi-Markov decision processes.* Journal of KONES Powertrain and Transport, vol. 19, no. 4, 2012.

[13] MITCHELL, M.: *An introduction to genetic algorithms.* MIT Press. Cambridge 1996.

[14] VOSE, M.D.: *The simple genetic algorithm. Foundations and theory.* MIT Press. Cambridge 1998.